

管内流体的振荡传热分析

北京航空学院 朱谷君 赵令德 曹玉璋

摘 要

流体在管内的轴向振荡运动可以明显地增强热、质的传输能力。有关的传质研究开展较早,传热方面的研究正在日益受到重视,振荡流体的传热实验和理论分析已取得了初步成果。本文采用数值分析方法求解长圆管中振荡流体的速度和温度分布,并在此基础上计算流体的轴向传热热流。计算结果可用有效导温系数 a_e 表示为:

$$\frac{a_e}{a} = F(W_{om}, \frac{\Delta S}{R}, Pr)$$

的函数形式。计算与实验数据和理论分析解的比较表明,它们是基本符合的。

一、前 言

流体在管内振荡时的质量传递现象,已经作过较多的研究[1-7],以振荡流体的传质原理为基础研制的振荡呼吸机已在医学界受到重视[8-10]。理论分析和实验研究都表明,流体在管内振荡时的传热速率可高达静止流体导热的 10^4 至 10^5 倍[11-14]。这种由振荡引起的传热规律需要深入地进行研究,这种传热原理在工程上的应用还有待于进行具体的探讨。

本文用有限差分法数值求解了流体在长圆管内振荡时的速度和温度分布,从而计算出振荡流体的传热速率。计算范围为 $W_{om} = 0.05 \sim 11$ (W_{om} 是沃 姆 斯 莱 数), $\Delta S/R = 3 \sim 400$ (ΔS 是截面平均的全振幅, R 是圆管半径), $Pr = 1 \sim 10$ (Pr 是普朗特数)。为了进行比较,实验数据引自文献[14],其实验范围为 $W_{om} = 1.34 \sim 3.84$, $\Delta S/R = 78 \sim 538$, $Pr = 2.74 \sim 6.2$ 。关于振荡流体传热的理论分析解,可参考文献[12],该理论分析假设振荡流体具有平均的轴向温度梯度,同时按定常速度的核流与斯托克斯边界层的结合来处理速度分布问题,其结果适用于 $W_{om} \cdot Pr > \pi$ 的振荡流体的传热情况。

二、速度分布的计算

不可压流体在长圆管中作层流振荡运动时的动量方程可写为:

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (1)$$

如果引起振荡的压力变化规律为:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = k \cos(\omega \tau) \quad (2)$$

其中 k 是常数, ω 是角频率 ($\omega = 2\pi f$, f 为频率)。给定方程 (1) 的边界条件是:

$$r = R, w = 0 \text{ 和 } r = 0, \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

可以解出振荡流体的速度分布为^[15]:

$$w(\tau, r) = -i \frac{k}{\omega} e^{i\omega\tau} \left[1 - \frac{J_0(r\sqrt{-i\omega/\nu})}{J_0(R\sqrt{-i\omega/\nu})} \right] \quad (4)$$

符号 J_0 是 I 类零阶贝塞尔函数, 以 $\tau = 0$ 和 $r = 0$ 处的速度 w_0 为参考速度, 则速度分布可以表示为:

$$\frac{w}{w_0} = e^{i\omega\tau} \left[\frac{J_0(R\sqrt{-i\omega/\nu}) - J_0(r\sqrt{-i\omega/\nu})}{J_0(R\sqrt{-i\omega/\nu}) - 1} \right] \quad (5)$$

上述方程说明, 相对速度 w/w_0 的大小取决于圆管半径 R , 振荡频率 f 以及流体的运动粘性系数 ν 。事实上流体振荡时的截面平均全振幅 ΔS 也对速度 w 有影响, 但是这种影响要通过参考速度 w_0 的作用才能体现出来。如果定义一个相对速度的截面平均位移 M , 即:

$$M = \int_{r/R=0}^{r/R=1} \frac{w}{w_0} \cdot 2 \left(\frac{r}{R} \right) d \left(\frac{r}{R} \right) \quad (6)$$

那么 M 是与时间有关的量。在一个振荡周期中计算最大位移 $M_{\max}$ 和最小位移 $M_{\min}$ 的差值 ΔM , 则

$$\Delta M = M_{\max} - M_{\min} \quad (7)$$

该 ΔM 与参考速度 w_0 的乘积应该等于全振幅 ΔS 与振荡频率 f 的乘积, 或写为:

$$\Delta M = \frac{\Delta S \cdot f}{w_0} \quad (8)$$

从方程 (5) 中可知, w/w_0 是 $\omega\tau$ 、 $R\sqrt{-i\omega/\nu}$ 以及 r/R 的函数, 采用符号 $W = w/w_0$, $W_{om} = R\sqrt{-i\omega/\nu}$ 和 $\eta = r/R$, 则

$$W = F(\omega\tau, \eta, W_{om}) \quad (9)$$

而 ΔM 的影响因素可由 (6) 式和 (7) 式看出, 它只取决于 W_{om} , 即

$$\Delta M = F(W_{om}) \quad (10)$$

或写成:

$$\frac{\Delta S \cdot f}{w_0} = F(W_{om}) \quad (11)$$

最后也可以把方程 (9) 改写为如下的函数形式:

$$\frac{w}{\Delta S \cdot f} = F(\omega\tau, \eta, W_{om}) \quad (12)$$

三、温度分布的计算

能量方程的形式是:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + w \frac{\partial T}{\partial x} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (13)$$

边界条件为:

$$r=0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad r=R, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (14)$$

$$x=0, T=T_H; \quad x=L, T=T_C$$

其中 L 为圆管长度, T_H 和 T_C 分别表示圆管两端热容器和冷容器中的流体温度。计算中 L 的值取得足够大, 要求振荡的截面平均全振幅 ΔS 不大于 $L/4$, 这样可保证冷热容器中的流体不能在振荡中直接发生掺混。此外, 设想冷热流体容器的热容量极大, 在振荡过程中, 圆管两端截面处的温度可始终保持常数。

能量方程无因次化后成为:

$$\frac{\omega R^2}{a} \frac{\partial(\eta\theta)}{\partial(\omega\tau)} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{wR}{a} \cdot \eta\theta \right) = \frac{\partial^2(\eta\theta)}{\partial X^2} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \quad (15)$$

其中 $X = x/R$, $\theta = (T - T_C)/(T_H - T_C)$, a 是流体的导温系数。边界条件为:

$$\eta=0, \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0; \quad \eta=1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0 \quad (16)$$

$$X=0, \theta=1; \quad X=L/R, \theta=0$$

由方程(15)和边界条件(16)可以看出, 无因次温度 θ 取决于下述变量:

$$\theta = F \left(\omega\tau, \eta, X, \frac{\omega R^2}{a}, \frac{wR}{a}, \frac{L}{R} \right) \quad (17)$$

其中 wR/a 并非已定准则, 它等于 $w/(\Delta S \cdot f)$ 与 $(\Delta S \cdot f \cdot R/a)$ 的乘积, 前者可由 $\omega\tau$, η 和 W_{om} 确定 (见方程(12)), 所以方程(17)可改写为:

$$\theta = F \left(\omega\tau, \eta, X, \frac{\omega R^2}{a}, W_{om}, \frac{\Delta S \cdot f \cdot R}{a}, \frac{L}{R} \right) \quad (18)$$

经过准则的变换可采用

$$\theta = F \left(\omega\tau, \eta, X, P_r, W_{om}, \frac{\Delta S}{R}, L/R \right) \quad (19)$$

的函数形式。

根据方程(15)建立的离散方程为

$$a_P \theta_P = a_E \theta_E + a_W \theta_W + a_N \theta_N + a_S \theta_S + a_P^0 \theta_P^0 \quad (20)$$

各邻点的位置如图 1 所示。在管轴方向采用等距网格, 在半径方向采用非等距网格分割。离散方程中的 θ_P^0 是计算节点 P 在前一瞬时的温度值, a_P^0 是其系数。对流项采用逆风差分格式, 时间项采用隐式差分格式。方程中的各个系数为

$$a_E = \frac{\eta_P}{\Delta X^2} + \left[0, -\frac{w_P \cdot R \cdot \eta_P}{a \cdot \Delta X} \right] \quad (21.a)$$

$$a_W = \frac{\eta_P}{\Delta X^2} + \left[0, \frac{w_P \cdot R \cdot \eta_P}{a \cdot \Delta X} \right] \quad (21.b)$$

$$a_N = \frac{\eta_N + \eta_P}{2 \cdot \delta \eta_n \cdot \Delta \eta_P} \quad (21.c)$$

$$a_S = \frac{\eta_S + \eta_P}{2 \cdot \delta \eta_s \cdot \Delta \eta_P} \quad (21.d)$$

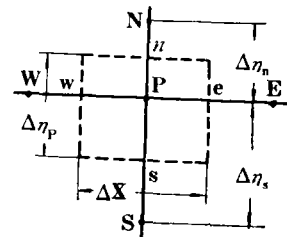


图 1 相邻节点位置图

$$a_p^0 = -\frac{\eta_P}{\Delta(\omega\tau)} \quad (21.e)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (21.f)$$

离散方程由交替方向的迭代法求解。由于温度的起始分布是未知的, 迭代从假设的轴向线性温度分布开始, 计算若干个振荡周期, 当达到稳定的温度周期变化为止。通常在 5~10 个周期后 (W_{om} 数越高所需的周期数也越多) 可使温度 θ 的相对偏离达到要求 (小于 0.1%)。

四、传 热 计 算

利用解出的速度和温度分布, 用数值积分法计算管内某一截面上, 在一个振荡周期中的轴向传热量。把该传热量换算成的有效导温系数 a_e 与静止流体的导温系数 a 比较, 可以表示流体振荡对强化传热的效果。计算公式为:

$$\frac{a_e}{a} = \frac{w_0 L}{2\pi \cdot a} \int_{\omega\tau=0}^{\omega\tau=2\pi} \int_{\eta=0}^{\eta=1} W \cdot \theta \cdot d\eta^2 \cdot d(\omega\tau) \quad (22)$$

根据方程(9)、(11)和(19)可导出 a_e/a 的函数形式是

$$\frac{a_e}{a} = F\left(P_r, W_{om}, \frac{\Delta S}{R}, \frac{L}{R}\right) \quad (23)$$

五、计 算 结 果

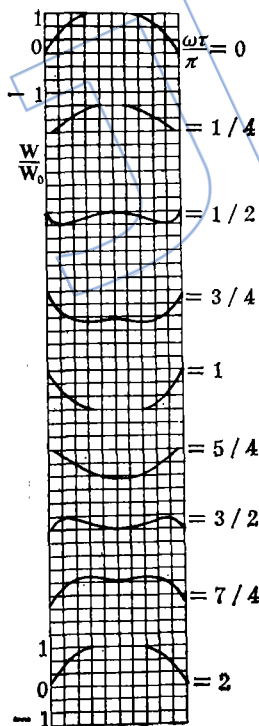


图 2 速度分布图 ($W_{om} = 5$)

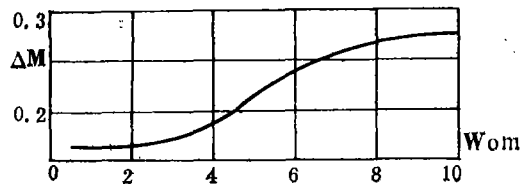


图 3 位移 ΔM 随 W_{om} 的变化

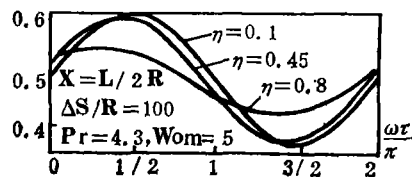


图 4 温度的周期变化

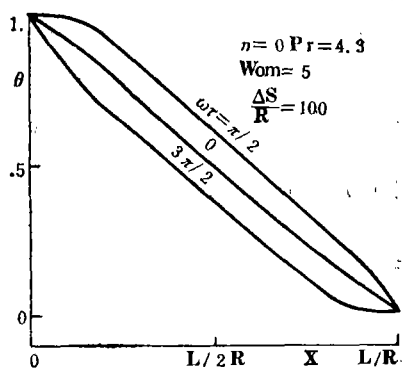


图 5 圆管中心温度沿轴向的分布

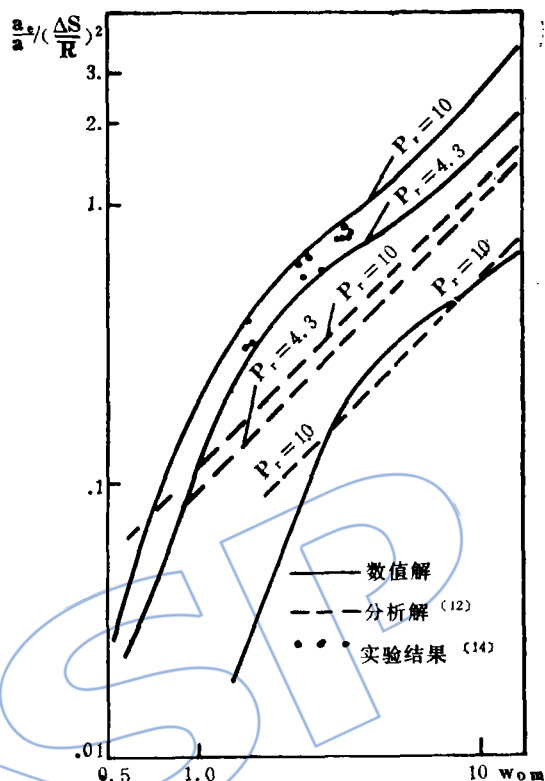
图 2 给出了 $W_{om} = 5$ 时一个振荡周期中的速度变化情况。从图中可以看出,振荡流体的速度分布和一般管内层流或紊流流动的速度型有明显的区别。不同 W_{om} 下计算的位移 ΔM 值表示在图 3 上。当 W_{om} 约小于 2 时, ΔM 几乎是一个常数,其值为 0.159; 当 W_{om} 约大于 8 时, ΔM 的变化也很小,这说明参考速度 W_0 与 $(\Delta S \cdot f)$ 成正比。在 W_{om} 在 2~8 的范围内, ΔM 随 W_{om} 的变化较大。

典型的温度分布示于图 4 和图 5 中。图 4 是圆管中间截面 ($X = L/2R$) 上不同 η 处的相对温度随时间的变化曲线,它们各自都经历着周期性的变化,但彼此有相位差。图 5 为管子中心处温度 θ 沿管长的变化情况,在圆管中间段的大部分长度上,温度的斜率近似是个常数,而且该斜率与纯导热时的温度变化斜率近似相等。但是应该注意的是,不同瞬时下的温度 θ 值存在明显的变化。

数值解的结果表明,变量 L/R 对有效导温系数没有什么影响,这与计算中采用长管模型,控制了振幅 ΔS 远小于管长 (例如 ΔS 不大于 $L/4$) 有关。此外,计算结果也表明,振幅 ΔS 对有效导温系数 a_e 的影响是平方正比关系,即 a_e/a 正比于 $(\Delta S/R)^2$,因而可把方程 (23) 写成:

$$\frac{a_e}{a} / \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2 = F(P_r, W_{om}) \quad (24)$$

图 6 是在给定 P_r 数下, $\frac{a_e}{a} / \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2$ 随 W_{om} 数的变化曲线。从图中可以看出,当 P_r 数增高时, $\frac{a_e}{a} / \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2$ 的值也加大。在低 W_{om} 数下曲线的斜率很大, $\frac{a_e}{a} / \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2$ 大体正比于 W_{om}^2 ; 在高 W_{om} 数下曲线的斜率也较大, $\frac{a_e}{a} / \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2$ 大体正比于 W_{om} 。 W_{om} 处于中

图 6 $\frac{a_e}{a} / \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2$ 随 P_r 和 W_{om} 的变化

间范围时, 曲线的斜率变化较大并且有拐点, 这种变化形状是速度分布和温度分布的相互结合造成的。

图 6 中的虚线是文献〔12〕给出的理论解结果。尽管理论解中关于温度和速度分布的假设与数值解都有不同程度的偏差, 但对于 $P_r = 1$ 时, 两者符合较好; 对于 $P_r = 4.3$ 和 $P_r = 10$ 时, 两者的变化斜率基本相符, 但 $\frac{a_e}{a} \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2$ 的数值偏差很大。图中的实验点是文献〔14〕的实验数据。显然, 数值解的结果与实验结果符合较好。

六、结 论

对层流振荡管流的传热进行了数值求解, 计算结果可以整理成:

$$\frac{a_e}{a} \left/ \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2 \right. = F(P_r, W_{om})$$

的函数形式。随着 P_r 数的增大, $\frac{a_e}{a} \left/ \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2 \right.$ 也将增大。在高 W_{om} 数条件下, $\frac{a_e}{a} \left/ \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2 \right.$ 大体上正比于 W_{om} ; 在低 W_{om} 条件下, $\frac{a_e}{a} \left/ \left(\frac{\Delta S}{R} \right)^2 \right.$ 大体上正比于 W_{om}^2 。

参 考 文 献

- 〔1〕 Richardson, E. G., Taylor, E., Phys. Soc. London 42, pp. 1—15, 1923.
- 〔2〕 Sir G. Taylor, Proc. R. Soc. London, Ser. A 219, 1953.
- 〔3〕 Sir G. Taylor, Proc. R. Soc. London, Ser. A 223, 1954.
- 〔4〕 Watsen, E. J., J. F. M. Vol. 133, p. 233, 1983.
- 〔5〕 Joshi, C. H., J. F. M. Vol. 133, p. 245, 1983.
- 〔6〕 Chatwin, P. G., J. F. M. Vol. 71, p. 513, 1975.
- 〔7〕 Jaeger, M. J., Physics of Fluids, Vol. 26(6), p. 1380, 1983.
- 〔8〕 Bohn, D. J., Miyasaka, K., Marchak, B. E., Thompson, W. K., Froese A. B. and Bryan, A. C., J. Appl. Physiol., 48(1980).
- 〔9〕 Butler, W. J., Bohn, D. J., Bryan, A. C. and Froese, A. B., Anesth. Analg. Cleveland, 59(1980).
- 〔10〕 Kamm, R. D., Collins, J. M., Joshi, C. H., Greiner, M. and Shapiro, A. H., Proc. 35th Ann. Conf. Eng. in Medicine and Biology, Sept. 1982.
- 〔11〕 Kurzweg, U. H., Phys. of Fluids, Vol. 27(5), p. 1046, 1984.
- 〔12〕 Kurzweg, U. H., Zhao Lingde, Phys. of Fluids, Vol. 27(11), p. 2624, 1984.
- 〔13〕 Kurzweg, U. H., Zhao Lingde, J. of Qin Hua University, China, Vol. 25(1), 1985.
- 〔14〕 赵令德、曹玉璋、朱谷君、汪铸, “高沃姆斯数振荡管流的传热实验”。中国工程热物理学会第五届年会, 1985年10月。
- 〔15〕 Schlichting, H., “Boundary Layer Theory.”, 1970.

(责任编辑 杨帆)

ment with those of the experiments. It is shown that this technique meets the requirements for quantitative estimation.

ANALYSIS OF HEAT TRANSFER OF FLUIDS OSCILLATING WITHIN PIPES

Zhu Gujun, Zhao Lingde, Cao Yuzhang

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

Heat transfer can be enhanced when fluid oscillates axially within pipes. A numerical analysis is given using the finite difference method. The relationship derived from differential equations and unambiguous conditions is written in the

form of $\frac{a_e}{a} = f(Wom, \frac{\Delta S}{R}, Pr, \frac{L}{R})$

where a_e — the effective thermal diffusivity, a — the thermal diffusivity, ΔS — the tidal displacement of oscillation, R — the radius and L — the length of the pipe. The results obtained show that a_e/a is independent of L/R as $L \gg \Delta S$ and proportional to the square of $\Delta S/R$, and its value increases with an increase in Wom or Pr . The numerical solution is in good agreement with the data of experiments.

TECHNICAL NOTES

EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON FLOW PERFORMANCE OF TANDEM BLADE CASCADES WITH DOUBLE CIRCULAR ARC PROFILES

Zhuang Biaonan, Wu Guochuan, Guo Bingheng

(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract

Wind tunnel experiments have been made with 24 types of tandem blade cascades with different geometrical parameters. Under the conditions that the inlet Mach number is 0.3 and the Reynolds number is 2.7×10^5 , the main flow characteristics of tandem cascades have been obtained, and the operation ranges of main geometrical parameters under optimum conditions have been found.

SUPERSONIC AND TRANSONIC AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF SB301 TWO-DIMENSIONAL CASCADE WIND TUNNEL

Jiang Zhengli and Ma Jinxian

(Gas Turbine Establishment)

Abstract

SB301 wind tunnel was designed to test two-dimensional cascades of compres-